Министерство образования Калининградской области
государственное бюджетное учреждение
Калининградской области
профессиональная образовательная организация
«Колледж информационных технологий и
строительства»
(ГБУ КО ПОО «КИТиС»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению практических работ по учебной дисциплине
ЕН.01 Математика

08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений.

г. Калининград
2022

Методические рекомендации составлены в соответствии с учебной дисциплины ЕН.01 «Математика» по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений» и основной образовательной программой по данной специальности, разработанной на основе требований ФГОС СПО, предъявляемых к структуре, содержанию и результатам освоения учебной дисциплины «Математика».

Данные методические рекомендации включают полное содержание ЕН.01 «Математика»: теоретическую часть, представленную в форме вопросов для самоконтроля знаний, и задания для индивидуальной контрольной работы.

Методические рекомендации предназначены для обучающихся очной и заочной формы обучения среднего профессионального образования.

Структура методических указаний способствует систематизации и обобщению теоретического материала, что поможет обучающимся успешно самостоятельно изучать ЕН.01 «Математика»

Перечень практических работ

№ п/п	Название практической работы	Кол-во часов
1	Практическая работа №1. Действия над векторами	2
2	Практическая работа №2. Решение практических задач на вычисление площадей поверхностей и объемов призм.	2
3	Практическая работа №3. Вычисление площадей поверхностей и объемов пирамид и усеченных пирамид.	2
4	Практическая работа №4. Решение практических задач на выполнение земляных работ и строительных конструкций	2
5	Практическая работа №5. Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров.	2
6	Практическая работа №6. Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов конусов и усеченных конусов.	2
7	Практическая работа №7. Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов шара	2
8	Практическая работа №8. Решение задач на элементы ком бин торики.	2
9	Практическая работа №9. Вычисление вероятностей случайных событий.	2
10	Практическая работа №10. Решение задач на вычисление математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения.	2

Практическая работа №1

.

Тема: «Выполнение действий над векторами».

Цель работы: сформировать у студентов умение находить координаты вектора; производить действия над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число), вычислять скалярное произведение; вычислять угол между векторами; находить проекцию вектора на ось.

При выполнении практической работы студент должен **знать:**

- определения: вектора, модуль вектора, равные вектора;
- правила работы с векторами;
- условия перпендикулярности и коллинеарности векторов;
- скалярного произведения векторов.

Студент должен **уметь:**

- находить координаты вектора
- вычислять скалярное произведение;
- находить угол между векторами;
- находить проекцию вектора на ось.

Практические занятия по математике направлены на формирование общих и

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Вектора в пространстве».
2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу**.**
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Перечень справочной литературы:

1.Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для средних проф. учеб. заведений / Н.В.Богомолов, Москва «Высшая школа»,2019г.-495с.
2.Богомолов Н.В. Математика: Учеб. для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И Самойленко. - М.: Дрофа, 2017. -400 с.
http://www.yaklass.ru/p/geometria/10-klass/vektory-v-prostranstve-9248/poniatie-vektora-v-prostranstve-9286/re-6af61d7b-6a37-43c4-89da-a53ecd204480

Краткие теоретические сведения

Пусть в трехмерном пространстве заданы векторы $\overline{a}\{x_1;y_1;z_1\},\overline{b}\{x_2;y_2;z_2\},\overline{c}\{x_3;y_3;z_3\}$ своими координатами.

1). ***Сложение*** двух векторов производится поэлементно, то есть если $\overline{c}=\overline{a}+\overline{b}$, то в координатной форме записывается:

$$c\{x_3;y_3;z_3\}=\{x_1;y_1;z_1\}+\{x_2;y_2;z_2\}=\{x_1+x_2;y_1+y_2;z_1+z_2\}$$

2) Умножение вектора на число.

В случае n-мерного пространства произведение вектора a = {a_1 ; a_2; ... ; a_n} и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой:

k · a = {k · a_1; k · a_2; ... ; k · a_n}

***Пример 1*.** Найти произведение вектора $\boxed{a}$ = {1; 2} на 3.

Решение: 3 · $\boxed{a}$ = {3 · 1; 3 · 2} = {3; 6}.

3). Координаты вектора.

Вектор AB заданный координатами точек A(A_x ; A_y ; A_z) и B(B_x ; B_y ; B_z) можно найти воспользовавшись следующей формулой

AB = {B_x - A_x ; B_y - A_y ; B_z - A_z}

***Пример 2*.** Найти координаты вектора AB, если A(1; 4; 5), B(3; 1; 1).

Решение: AB = {3 - 1; 1 - 4; 1 - 5} = {2; -3; -4}.

4) Длина вектора.

Если даны две точки пространства $A(x_1;y_1;z_1)$ и $B(x_2;y_2;z_2)$, то **длину** отрезка AB можно вычислить по формуле $|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

Пример 3

Даны точки $A(-3;5)$ и $B(1;-3)$. Найти длину отрезка AB.

Решение: по соответствующей формуле:

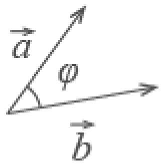
$$|AB|=\sqrt{(1-(-3))^2+(-3-5)^2}=\sqrt{4^2+(-8)^2}=\sqrt{16+64}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$$

Ответ: $|AB|=4\sqrt{5}$ ед. $\approx 8{,}94$ ед.

5. Скалярное произведение векторов

Скалярным произведением векторов называется произведение длин векторов на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$$



6. Из формулы для скалярного произведения можно найти **угол между векторами:**

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2} \cdot \sqrt{x_b^2 + y_b^2}}$$

Пример 4. Найти угол между векторами a = {3; 4; 0} и b = {4; 4; 2}.

Решение: Найдем скалярное произведение векторов:

$a \cdot b = 3 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + 0 \cdot 2 = 12 + 16 + 0 = 28.$

Найдем модули векторов:

$|a| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$
$|b| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 16 + 4} = \sqrt{36} = 6$

Найдем угол между векторами:

$$\cos\alpha = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|} = \frac{28}{5 \cdot 6} = \frac{14}{15}$$

Контрольные вопросы

1. Как найти сумму векторов, заданных координатами?
2. Как найти разность векторов, заданных координатами?
3. Как найти произведение вектора на число?
4. Как вычислить координаты середины отрезка?
5. Как вычислить координаты вектора?
6. Как найти длину вектора?
7. Назовите условие равенства двух векторов.
8. Что такое скалярное произведение векторов?
9. Как найти **косинус** угла между векторами?
10. Назовите условие коллинеарности векторов.
11. Как проверить перпендикулярность векторов, заданных координатами?
12. Как найти проекцию вектора на ось?

Задания для самостоятельной работы.

Вариант 1

№ п/п	Название операции	Формулы
1	**Найти сумму векторов**	$\vec{a}\{1;-2;3\}$, $\vec{b}\{4;0;-1\}$ $\vec{a}+\vec{b}\{x_1+x_2\ ;\ y_1+y_2\ ;\ z_1+z_2\}$
2	**Найти разность векторов**	$\vec{a}\{4;1;-3\}$, $\vec{b}\{0;-5;2\}$ $\vec{a}-\vec{b}\{x_1-x_2\ ;\ y_1-y_2\ ;\ z_1-z_2\}$

3	**Найти произведение вектора на число**	$\vec{a}\{-1;3;1\}$, δ – число $\delta=-3$ $\delta\vec{a}\{\delta\cdot x;\ \delta y;\delta z\}$
4	**Вычислить координаты середины отрезка**	**Точка А$(1;2;-3)$. Точка В (-3;4;-1) .Точка С- середина отрезка АВ. С(**$x_c\ y_c;z_c$**)** $x_c=\dfrac{x_1+x_2}{2}$ $y_c=\dfrac{y_1+y_2}{2}$; $z_c=\dfrac{z_1+z_2}{2}$.
5	**Найти координаты вектора**	**Точка А$(5;0;-3)$. Точка В (-1;4;-7) Находим координаты вектора $\overrightarrow{AB}$. Из координат конца вычислить координаты начала вектора** $\overrightarrow{AB}\{x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1\}$
6	**Найти длину вектора**	$\vec{a}\{3,-2,0\}$ $\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
7	**Вычислить скалярное произведение векторов**	$\vec{a}\{-2;3;7\}$, $\vec{b}\{-9;0;2\}$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2$
8	**Найти косинус угла между векторами**	$\vec{a}\{2;0;1\}$, $\vec{b}\{-3;1;2\}$ $\cos\alpha=\dfrac{x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$
9	**При каких значениях m и n векторы коллинеарны?**	$\vec{a}\{m;3;1\}$, $\vec{b}\{1;n;2\}$ $\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{y_1}{y_2}=\dfrac{z_1}{z_2}=k$
10	**Проверьте перпендикулярность векторов**	$\vec{a}\{-4;0;1\}$, $\vec{b}\{2;7;8\}$ $x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2=0$ **- условие перпендикулярности векторов**

Вариант 2

№ п/п	**Название операции**	**Формулы**
1	**Найти сумму векторов**	$\vec{a}\{2;-3;4\}$, $\vec{b}\{-1;2;0\}$ $\vec{a}+\vec{b}\{x_1+x_2;\ y_1+y_2;\ z_1+z_2\}$
2	**Найти разность векторов**	$\vec{a}\{4;-5;7\}$, $\vec{b}\{3;-1;2\}$ $\vec{a}-\vec{b}\{x_1-x_2;\ y_1-y_2;\ z_1-z_2\}$
3	**Найти произведение вектора на число**	$\vec{a}\{-2;4;0\}$, δ – число $\delta=-4$ $\delta\vec{a}\{\delta\cdot x;\ \delta y;\delta z\}$
4	**Вычислить координаты середины отрезка**	**Точка А$(-3;1;2)$ Точка В (2;-3;1) Точка С- середина отрезка АВ. С(**x_c,y_c,z_c**)** $x_c=\dfrac{x_1+x_2}{2}$, $y_c=\dfrac{y_1+y_2}{2}$, $z_c=\dfrac{z_1+z_2}{2}$.
5	**Найти координаты вектора**	**Точка А$(6;-3;4)$. Точка В (1;-4;7) .**

		Находим координаты вектора $\overrightarrow{AB}$. Из координат конца вычислить координаты начала вектора $\overrightarrow{AB}\{x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1\}$
6	**Найти длину вектора**	$\vec{a}\{0,2,-2\}$ $\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
7	**Вычислить скалярное произведение векторов**	$\vec{a}\{-3;2;9\}$, $\vec{b}\{-7;0;3\}$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2$
8	**Найти косинус угла между векторами**	$\vec{a}\{4;1;0\}$, $\vec{b}\{-5;3;1\}$ $\cos\alpha=\dfrac{x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$
9	**При каких значениях m и n векторы коллинеарны?**	$\vec{a}\{m;5;3\}$, $\vec{b}\{2;n;4\}$ $\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{y_1}{y_2}=\dfrac{z_1}{z_2}=k$
10	**Проверьте перпендикулярность векторов**	$\vec{a}\{0;-3;2\}$, $\vec{b}\{9;4;6\}$ $x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2=0$ **- условие перпендикулярности векторов**

Критерий оценки: «5» - 9-10 заданий; «4» -7-8 заданий; «3» -5-6 заданий

Практическая работа №2.

«Решение практических задач на вычисление площадей поверхностей и объемов призм».

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов призм.

При выполнении практической работы студент должен **знать:**

- определение призмы, параллелепипеда, куба и их элементы;
- виды призм: прямая, наклонная; правильная;
- виды параллелепипедов: прямой, наклонный, прямоугольный, куб;
- диагональные сечения призмы, параллелепипеда, куба;
- формулы нахождения площадей основания, боковой поверхности, полной поверхности и объемов призм.

Студент должен **уметь:**

Вычислять площадь основания, боковой поверхности, полной поверхности и объем призм.

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Решение практических задач на вычисление площадей поверхностей и объемов призм».
2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу**.**
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Перечень справочной литературы:

1.Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для средних проф. учеб. заведений / Н.В.Богомолов, Москва «Высшая школа»,2020г.-495с.
2.Богомолов Н.В. Математика: Учеб. для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И Самойленко. - М.: Дрофа, 2021. -400 с.

http://elhow.ru/ucheba/geometrija/geometricheskie-ponjatija/chto-takoe-prizma
http://ru.wikihow.com/найти-площадь-поверхности-призмы

Краткие теоретические сведения.

Многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2 \ldots A_n$ и $B_1B_2 \ldots B_n$, расположенных в параллельных плоскостях, и **n** параллелограммов, называется **призмой** Многоугольники $A_1A_2 \ldots A_n$ и $B_1B_2 \ldots B_n$ называются **основаниями** призмы, а параллелограммы – **боковыми гранями** призмы

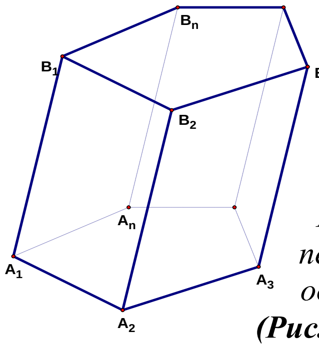


Рис.1

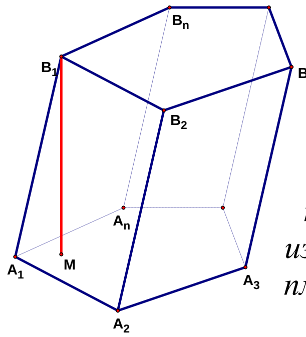


Рис.2

Высотой *призмы называется перпендикуляр, опущенный из любой точки одного основания на плоскость другого* ***(Рис.2)***

Если боковые ребра призмы перпендикулярны к плоскости основания, то — ***призма прямая (Рис.3)***

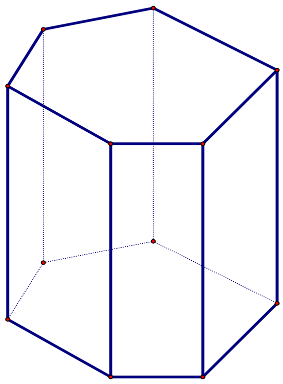
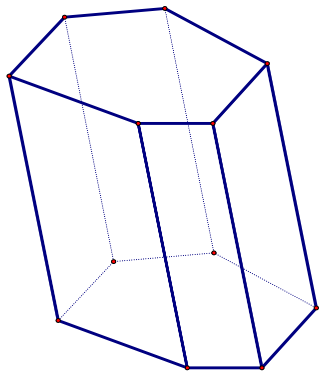


Рис.3



Если нет, то ***призма наклонная (Рис.4)****.*

Если в прямой призме основание — правильный многоугольник — **призма правильная**.

Перпендикулярное сечение призмы — это такое сечение, которое образовано плоскостью перпендикулярной к её боковому ребру.

Площадью **полной поверхности** призмы называется сумма площадей всех её граней

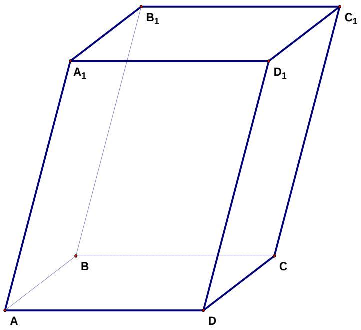
Площадью **боковой поверхности** призмы называется сумма площадей её боковых граней

$$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн}$$

Площадь **боковой поверхности** прямой призмы равна произведению **периметра основания** на **высоту** призмы

$$S_{бок} = P_{осн} \cdot H$$

Параллелепипед — это призма, основание которой — параллелограмм. Параллелепипед имеет шесть граней и все они параллелограммы. Противоположные грани попарно равны и параллельны. Параллелепипед имеет четыре диагонали. Все диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам. Основанием параллелепипеда может быть любая грань.



Параллелепипед, четыре боковые грани которого — прямоугольники, называется **прямым**. Прямой параллелепипед, у которого все шесть граней прямоугольники называется **прямоугольным.** Прямоугольный параллелепипед, все грани которого квадраты, называется **кубом**. Все ребра куба равны.

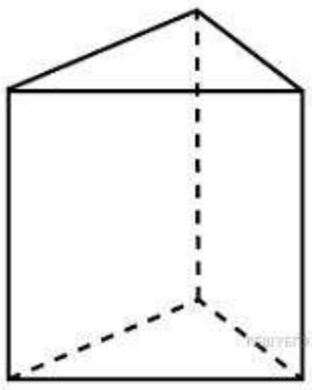
Прямоугольный параллелепипед**,** все грани которого - квадраты, называется **кубом**. Все ребра куба равны, а **площадь поверхности куба** равна сумме площадей шести его граней, т.е. **площади квадрата** со стороной **Н** умноженной на шесть. Площадь поверхности куба равна:

$$S = 6H^2$$

Объем куба равен кубу его ребра $V = a^3$

Образец решения заданий

Задача1. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 288. Найдите высоту



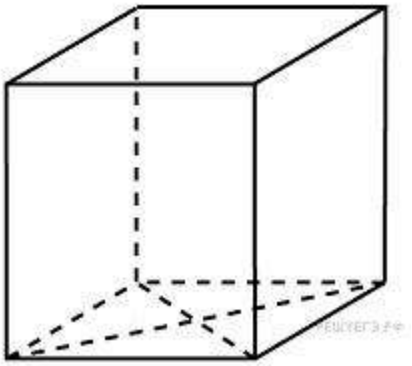
Решение.

Гипотенуза основания равна 10. Высоту найдем из выражения для площади поверхности $S = 2S_\Delta + Ph$:

$$h = \frac{S - 2S_\Delta}{P} = \frac{288 - 48}{24} = 10.$$

Ответ: 10.

Задача 2. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10.



Решение.

Сторона ромба a выражается через его диагонали d_1 и d_2 формулой

$$a = \frac{1}{2}\sqrt{d_1^2 + d_2^2} = 5.$$

Найдем площадь ромба

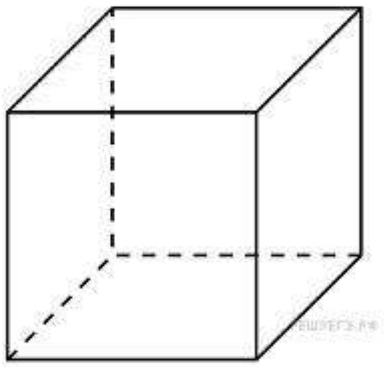
$$S_P = \frac{1}{2}d_1 d_2 = 24.$$

Тогда площадь поверхности призмы равна

$$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = 2S_P + 4aH = 48 + 4 \cdot 5 \cdot 10 = 248.$$

Ответ: 248.

Задача 3. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 20, а площадь поверхности равна 1760.



Решение.

Площадь поверхности правильной четырехугольной призмы выражается через сторону ее основания a и боковое ребро H как

$$S = 2a^2 + 4aH.$$

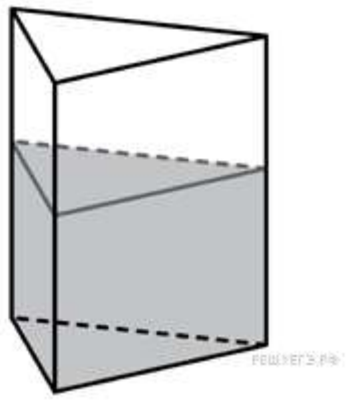
Подставим значения a и S:

$$1760 = 2 \cdot 20^2 + 4 \cdot 20 \cdot H,$$

откуда находим, что $H = 12$.

Ответ: 12.

Задача 4. Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 см^3 воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см^3



Решение.

По закону Архимеда объем детали равен объему вытесненной ею жидкости. Объем вытесненной жидкости равен 2/25 исходного объема:

$$V_{дет} = \frac{2}{25} \cdot 2300 = 184 см^3.$$

Ответ: 184. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.

Контрольные вопросы.

1. Что такое призма (основания призмы, боковые грани, рёбра)?
2. Что такое высота призмы?
3. Что такое диагональ призмы?
4. Что представляет собой диагональное сечение призмы?
5. Какая призма называется прямой (наклонной)?
6. Какая призма называется правильной?
7. Что такое боковая поверхность призмы (полная поверхность призмы)?
8. Чему равна боковая поверхность прямой призмы?
9. Что такое параллелепипед?
10. Перечислите свойства параллелепипеда.
11. Какой параллелепипед называется прямоугольным?
12. Что такое линейные размеры прямоугольного параллелепипеда?
13. Что такое куб?
14. Чему равен квадрат диагонали в прямоугольном параллелепипеде?
15. Как рассчитать объем куба, прямоугольного параллелепипеда?

Задания для самостоятельной работы:

1 вариант

1. Длина, ширина, высота прямоугольного параллелепипеда соответственно равны 3 см, 6 см, 7 см. Найдите диагональ параллелепипеда.

2. Найдите сторону основания и высоту правильной четырёхугольной призмы, если площадь полной поверхности равна 40 см^2, а площадь боковой поверхности равна 8 см^2

3. Найдите объём прямого параллелепипеда, если его основание имеет стороны 4 см и 5 см, угол между ними 45°, а боковые рёбра равны 8 см.

4. Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна 4 см и составляет с плоскостью боковой грани угол 30º . Найдите объём призмы.

5. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и острым углом в 60º. Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найти объём призмы.

6. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 6 см. Больший катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найти объём призмы.

7. Сколько кг краски потребуется для покраски (с учетом пола и потолка) помещения размерами 12 х 5 х 3 метра, если расход краски на 1 м^2 составляет 250 г?

2 вариант

1. Длина, ширина, высота прямоугольного параллелепипеда соответственно равны 1 см, 4 см, 5 см. Найдите диагональ параллелепипеда.

2. Найдите сторону основания и высоту правильной четырёхугольной призмы, если площадь полной поверхности равна 52 см^2, а площадь боковой поверхности равна 44 см^2.

3. Найдите объём прямого параллелепипеда, если его основание имеет стороны 3 см и 4 см, угол между ними 30°, а боковые рёбра равны 6 см.

4. Найти объём прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны 12 см и 16 см, а диагональ параллелепипеда составляет 45º с плоскостью основания. Найти объём прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны 12 см и 16 см, а диагональ параллелепипеда составляет 45º с плоскостью основания.

5. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 6 см и острым углом в 60º. Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найти объём призмы.

6. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 8 см. Меньший катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найти объём призмы.

Критерий оценок по заданиям самостоятельной работы:

«5» -6 заданий; «4» -5 заданий; «3» -4 задания;

Практическая работа №3

«Вычисление площадей поверхностей и объемов пирамид и усеченных пирамид».

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов пирамид и усеченных пирамид.

При выполнении практической работы студент должен знать:

- определение пирамиды, усеченной пирамиды (основание пирамиды, боковые грани, рёбра, высота);
- виды пирамид (правильная, неправильная);
- формулы для расчета площадей и объемов пирамид, усеченных пирамид;
- связь между стороной основания правильной треугольной пирамиды и радиусами вписанной и описанной окружности;
- двугранный угол при основании правильной пирамиды;

Студент должен уметь:

- производить расчет площадей поверхности т объемы пирамиды и усеченной пирамиды;
- решать простые задачи на применение пирамиды в строительстве Практические занятия по математике направлены на формирование общих и профессиональных компетенций, соответствующих видам деятельности:

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Пирамида. Усеченная пирамида»
2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу**.**
5. Сдать отчет по проделанной работе.

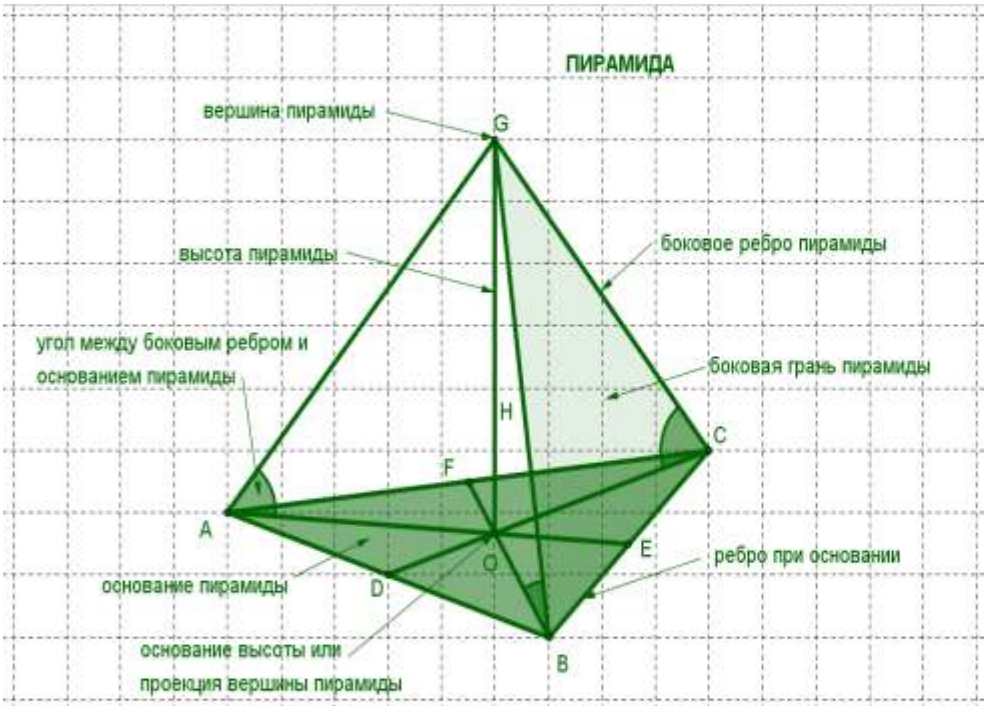
Перечень справочной литературы:

1.Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для средних проф. учеб. заведений / Н.В.Богомолов, Москва «Высшая школа»,2020г.-495с.

2.Богомолов Н.В. Математика: Учеб. для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И Самойленко.- М. : Дрофа, 2021.-400 с.

Краткие теоретические сведения

Пирамида — это многогранник, у которого одна грань — основание пирамиды — произвольный многоугольник, а остальные — боковые грани — треугольники с общей вершиной, называемой вершиной пирамиды.



Перпендикуляр опущенный из вершины пирамиды на ее основание, называется ***высотой пирамиды****. Пирамида называется треугольной, четырехугольной, и т.д., если основанием пирамиды является треугольник, четырехугольник и т.д. Треугольная пирамида есть четырехгранник — тетраэдр. Четырехугольная — пятигранник и т.д*

.

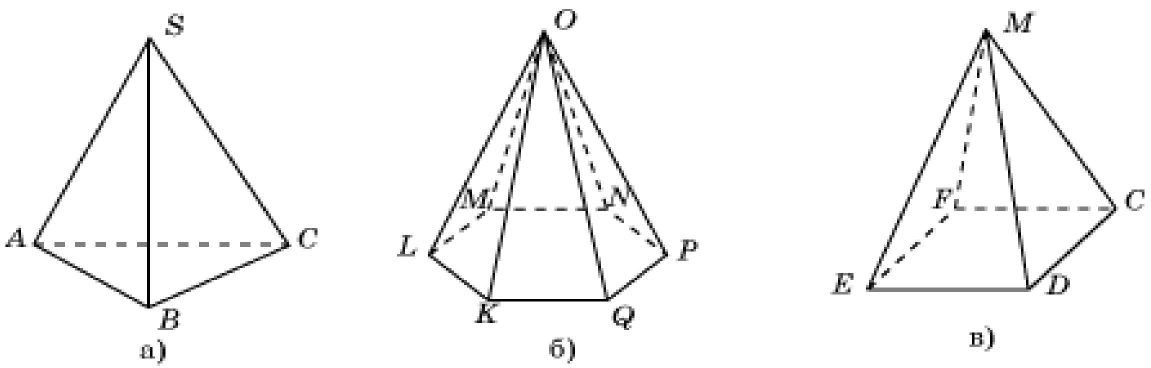


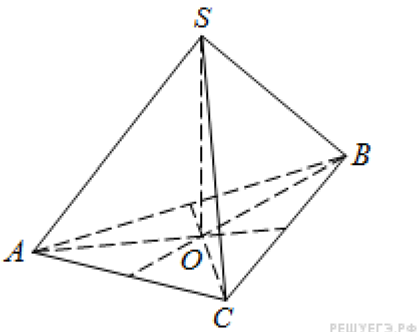
Рис. 65

Если основание пирамиды — правильный многоугольник, а высота опускается в центр основания, то — **пирамида правильная**. В правильной пирамиде все боковые ребра равны, все боковые грани равные равнобедренные треугольники. Высота треугольника боковой грани правильной пирамиды называется — ***апофема правильной пирамиды***.

Сечение параллельное основанию пирамиды делит пирамиду на две части. Часть пирамиды между ее основанием и этим сечением — это **усеченная пирамида**. Это сечение для усеченной пирамиды является одним из её оснований. Расстояние между основаниями усеченной пирамиды называется высотой усеченной пирамиды. Усеченная пирамида называется правильной, если пирамида, из которой она была получена, была правильной. Все боковые грани правильной усеченной пирамиды — это равные равнобокие трапеции. Высота трапеции боковой грани правильной усеченной пирамиды называется — **апофема** правильной усеченной пирамиды

Образцы решения задач

Задача №1. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания ABC пересекаются в точке O. Площадь треугольника ABC равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS.



Решение. Отрезок OS высота треугольной пирамиды $SABC$, ее объем выражается формулой

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SO.$$

Таким образом,

$$SO = \frac{3V}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9.$$

Ответ: 9.

Задача 2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания ABC пересекаются в точке O. Площадь треугольника ABC равна 9; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS.

Решение.

отрезок OS высотой треугольной пирамиды $SABC$, ее объем выражается формулой

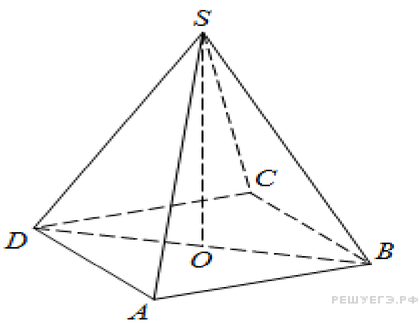
$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SO.$$

Таким образом,

$$SO = \frac{3V}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot 6}{9} = 2.$$

Ответ: 2.

Задача 3. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SB = 13$, $AC = 24$. Найдите длину отрезка SO.



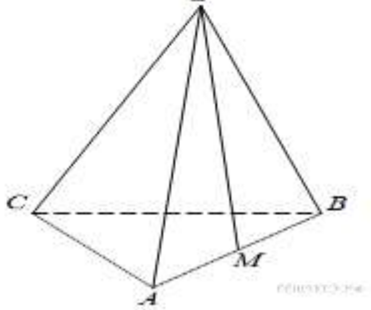
Решение.

в правильной пирамиде вершина проецируется в центр основания, следовательно SO является высотой пирамиды. тогда по теореме Пифагора

$$SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{SB^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{169 - 144} = 5.$$

Ответ: 5.

Задача 4. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка M – середина ребра AB, S – вершина. Известно, что BC=3, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 45. Найдите длину отрезка SM.



Решение.

Найдем площадь грани SAB:

$$S_{SAB}=\frac{S_{бок}}{3}=\frac{45}{3}=15.$$

Отрезок SM является медианой правильного треугольника SAB, а значит, его высотой. Тогда

$$SM=\frac{2S_{SAB}}{AB}=\frac{2S_{SAB}}{BC}=\frac{2\cdot 15}{3}=10.$$

Ответ: 10.

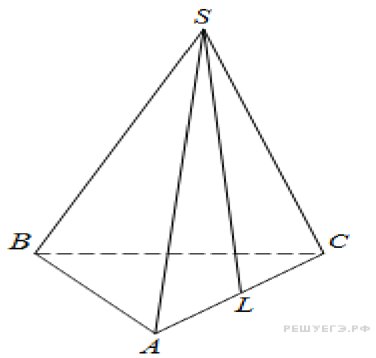
Задача5.В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка L — середина ребра AC, S — вершина. Известно, что BC = 6, а SL = 5. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Решение.

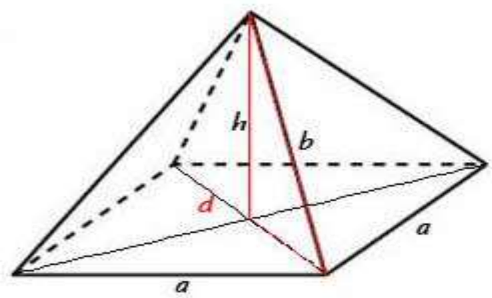
Отрезок SL является медианой правильного треугольника SAC, а значит, и его высотой. Боковые грани пирамиды равны, поэтому

$$S_{бок}=3S_{SAC}=3\cdot\frac{1}{2}AC\cdot SL=\frac{3}{2}BC\cdot SL=\frac{3}{2}\cdot 6\cdot 5=45.$$

Ответ: 45.



Задача 6. Дана правильная четырехугольная пирамида.



Стороны основания ***a*** = 3 см, все боковые ребра ***b*** = 4 см. Найдите объем пирамиды.

Решение:

Для начала вспомним, что для расчета объема потребуется высота пирамиды. Мы можем найти ее по теореме Пифагора. Для этого нам потребуется длина диагонали, а точнее – ее половина. Тогда зная две из сторон прямоугольного треугольника, мы сможем найти высоту.

Для начала находим диагональ:

$$d^2=a^2+a^2$$

Подставим значения в формулу:

$$d^2=3^2+3^2=9+9=18cm$$

$$d=\sqrt{18}=4,25cm$$

Высоту ***h*** мы найдем с помощью ***d*** и ребра ***b***:

$$h=\sqrt{\frac{d}{2}^{2}+b^{2}}$$

$$h=\sqrt{\frac{4,25}{2}^{2}+4^{2}}=\sqrt{4,5+16}=\sqrt{20,5}=4,5\,cm$$

Теперь найдем **площадь квадрата**, который лежит в основании правильной пирамиды:

$$S=3^{2}=9\,cm^{2}$$

Подставим найденные значения в формулу расчета объема:

$$V=\frac{1}{3}\times 9\times 4,5=13,5\,cm^{3}$$

Ответ:13,5

Контрольные вопросы.

1. Что такое пирамида (основание пирамиды, боковые грани, рёбра, высота)?
2. Что представляет собой сечения пирамиды плоскостями, проходящимися через её вершину?
3. Что такое диагональное сечение пирамиды?
4. Объясните, что такое усечённая пирамида?
5. Какая пирамида называется правильной?
6. Что такое апофема правильной пирамиды?
7. Чему равна боковая поверхность правильной пирамиды?
8. Как найти объем пирамиды?
9. Как найти объем усеченной пирамиды?
10. Какое применение нашли пирамиды в строительстве

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

7. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 4 см, а сторона основания равна 6 см. Найдите объём пирамиды.

8. В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 10 см, а высота – 12 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

9. Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна 3 см, плоский угол при вершине 60º. Найти объём пирамиды.

10. Дана четырёхугольная пирамида, высота которой 6 см. На расстоянии 4 см от вершины пирамиды проведена плоскость параллельная основанию. Найти площадь поверхности и объём пирамиды, если площадь поверхности полученной пирамиды равна 25 см^2 , а объём равен 53 см^3 .

11. По стороне основания и высоте h найдите апофему правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной

2 вариант

1. В правильной четырёхугольной пирамиде боковое ребро составляет с плоскостью основания угол 45º . Сторона основания пирамиды равна 6 см. Найти объём пирамиды.

2.В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 10 дм, а высота равна 8 дм. Найдите объём пирамиды.

3.В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а высота – 4 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

4.По стороне основания и высоте h найдите боковое ребро правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.

12. Сколько литров воды вмещает яма, вырытая в виде усечённой пирамиды, если высота ямы 1,5м, сторона нижнего основания 0,8м, верхнего – 1,2м?

Критерий оценок по заданиям самостоятельной работы:

«5» -5 заданий «4» -4 заданий; «3» -3 задания; «2» - меньше 3 заданий

Практическая работа №4

«Решение практических задач на выполнение земляных работ и строительных конструкций».

Цель работы: сформировать умение вычислять объём котлована, объём обратной засыпки котлована, если внутри котлована установлен фундамент. Уметь выполнять деление чисел с остатком и находить количество промежутков между поперечными стержнями конструкций.

При выполнении практической работы студент должен **знать:**

- ✓ Формулу расчета объема земляных работ при отрывке котлована;
- ✓ Формулу расчета объёма обратной засыпки котлована;
- ✓ Формулу расчета Объем земляных работ при отрыве траншеи:

Студент должен **уметь:**

- ✓ вычислять объем земляных работ при отрывке котлована;
- ✓ вычислять объёма обратной засыпки котлована.

Практические занятия по математике направлены на формирование общих и профессиональных компетенций, соответствующих видам деятельности:

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме.
2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу.
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Перечень справочной литературы:

http://www.studfiles.ru/preview/2656286

Краткие теоретические сведения

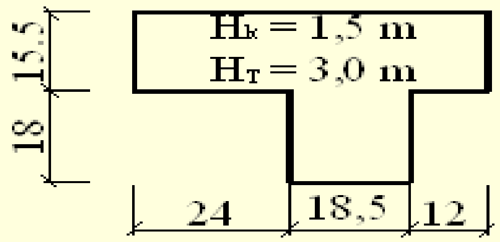
Решение задач на выполнение земляных работ.

В общем случае объем земляных работ при отрывке котлована будет:

$$V_K = \frac{h_{cp}}{6}(F_1 + F_2 + 4F_0)$$
,

где h_{cp} – средняя глубина котлована, м;
F_1, F_2, F_0 – площадь котлована соответственно понизу, поверху и посередине, м^2.

$$F_0 \neq \frac{(F_1 + F_2)}{2}$$



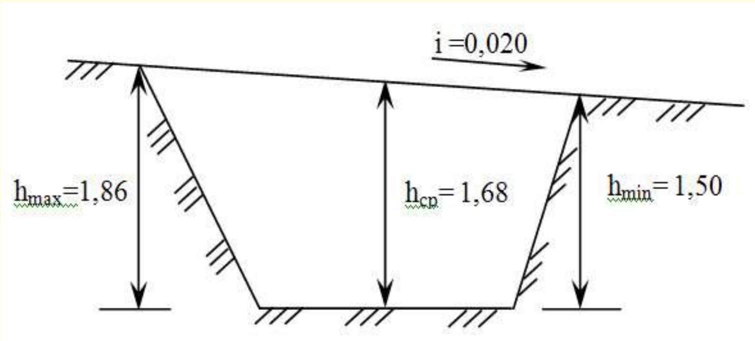
$h_{max1} = h_{min} + il = 1,5 + 0,020 \times 15,50 = 1,86$ м.

$$h_{ср1} = \frac{(h_{max1} + h_{min})}{2} = \frac{1,5 + 1,86}{2} = 1,68 м;$$

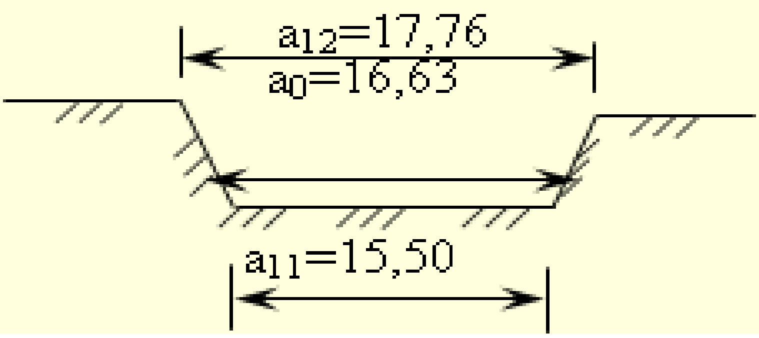
Средний размер сторон котлована:

$a_{11} = 15,50$ м. $a_{12} = a_{11} + 2h_{ср} \times m = 15,5 + 2 \times 1,68 \times 0.67 = 17,76$ м.

$$a_0 = \frac{a_{11} + a_{12}}{2} = \frac{15,50 + 17,76}{2} = 16,63 м;$$



Котлован под здание



Средний размер сторон котлована:

$b_{11} = 54,50$ м; $b_{12} = b_{11} + 2h_{ср} \times m = 54,50 + 2 \times 1,68 \times 0.67 = 56,76$ м;

$$b_{01} = \frac{b_{11} + b_{12}}{2} = \frac{54,50 + 56,76}{2} = 55,63 м;$$

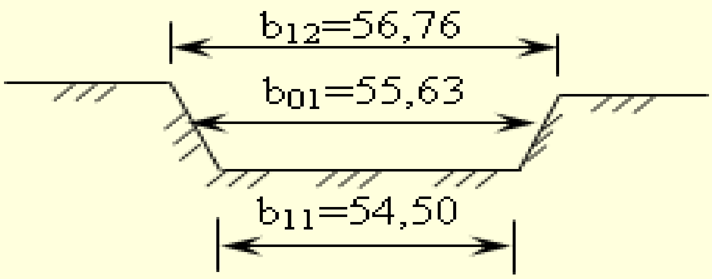


Рисунок 6 Котлован под здание

$F_{11} = a_{11}b_{11} = 15{,}50 \times 54{,}50 = 845$ м^2;
$F_{12} = a_{12}b_{12} = 17{,}76 \times 55{,}63 = 988$ м^2;
$F_0 = a_0b_0 = 16{,}63 \times 55{,}63 = 926$ м^2;

$$V_{к1} = \frac{1{,}68}{6}(845 + 988 + 4 \cdot 926) = 1551\,м^3;$$

$h_{max1} = h_{min} + il = 1{,}86 + 0{,}020 \times 18{,}00 = 2{,}28$ м.

$$h_{ср1} = \frac{(h_{max\,1} + h_{min})}{2} = \frac{2{,}28 + 1{,}86}{2} = 2{,}07\,м;$$

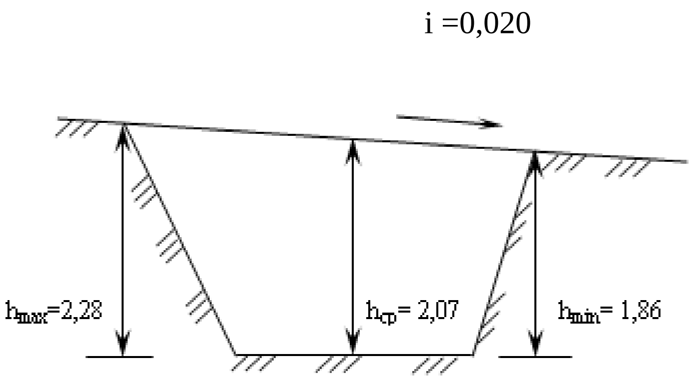
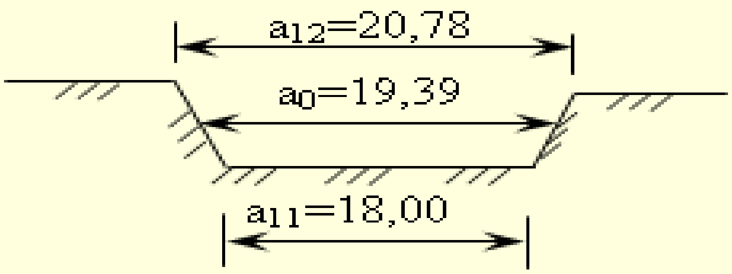


Рисунок 7 Котлован под здание

Средний размер сторон котлована:

$a_{11} = 18{,}00$ м. $a_{12} = a_{11} + 2h_{ср} \times m = 18{,}0 + 2 \times 2{,}07 \times 0.67 = 20{,}78$ м.

$$a_0 = \frac{a_{11} + a_{12}}{2} = \frac{18{,}00 + 20{,}78}{2} = 19{,}39\,м;$$



Средний размер сторон котлована:
$b_{11} = 18{,}50$ м; $b_{12} = b_{11} + 2h_{ср} \times m = 18{,}50 + 2 \times 2{,}07 \times 0.67 = 21{,}28$ м;

$$b_{01} = \frac{b_{11} + b_{12}}{2} = \frac{18{,}50 + 21{,}28}{2} = 19{,}89\,м;$$

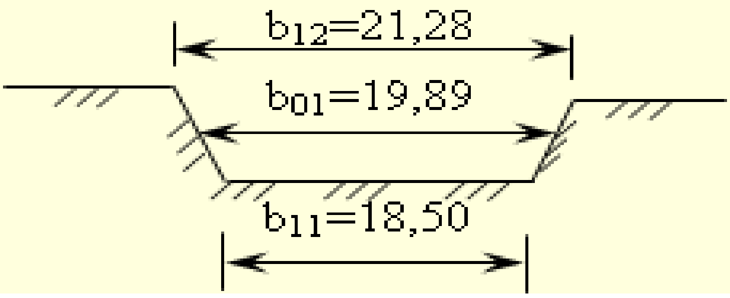


Рисунок 9 Котлован под здание

$F_{11} = a_{11}b_{11} = 18{,}00 \times 18{,}50 = 333$ м^2;

$F_{12} = a_{12}b_{12} = 20{,}78 \times 21{,}28 = 443$ м^2;

$F_0 = a_0b_0 = 19{,}39 \times 19{,}89 = 386$ м^2;

$V_{к2} = \dfrac{2{,}07}{6}(333+443+4\cdot 386) = 801\, м^3;$

$V=V_1+V_2=1551+801=2352$ м^3;

Объем земляных работ при отрыве траншеи:

$$V_T = \frac{F_1+F_2}{2}\cdot L,$$

где F_1, F_2 – площади поперечного сечения траншеи на её концах в м^2,

L – длина траншеи в м.(L=50 м.);

Ширину траншеи по дну принимаем $b_1 = 0{,}7$ м;

Глубину траншеи($h_{тр}$) принимаем равной 3,00 м;

Крутизну откоса(m) устанавливаем в зависимости от вида грунта и глубины траншеи (m = 0,75);

$b_2 = b_1 + 2h \times m = 0{,}7 + 2 \cdot 3{,}00 \cdot 0{,}75 = 4{,}12$ м. ;

$F_1 = h(b_1 + b_2)/2 = 3{,}00 \cdot (0.7+4.12)/2 = 7{,}23$м^2 ;

$h_{max1} = h_{min} + il = 3 + 0{,}010 \times 50 = 3{,}50$м.

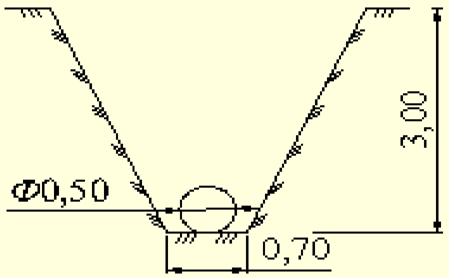
$b_3 = b_1 + 2h_{max1} \times m = 0{,}7 + 2 \cdot 3{,}50 \cdot 0{,}75 = 5.95$ м. ;

$F_2 = h_{max1}(b_1 + b_3)/2 = 3{,}50 \cdot (0.7+5.95)/2 = 11.64$ м^2 ;

$V_{T1} = F_1 \times L = 7{,}23 \cdot 50 = 361.5$ м^3 ;

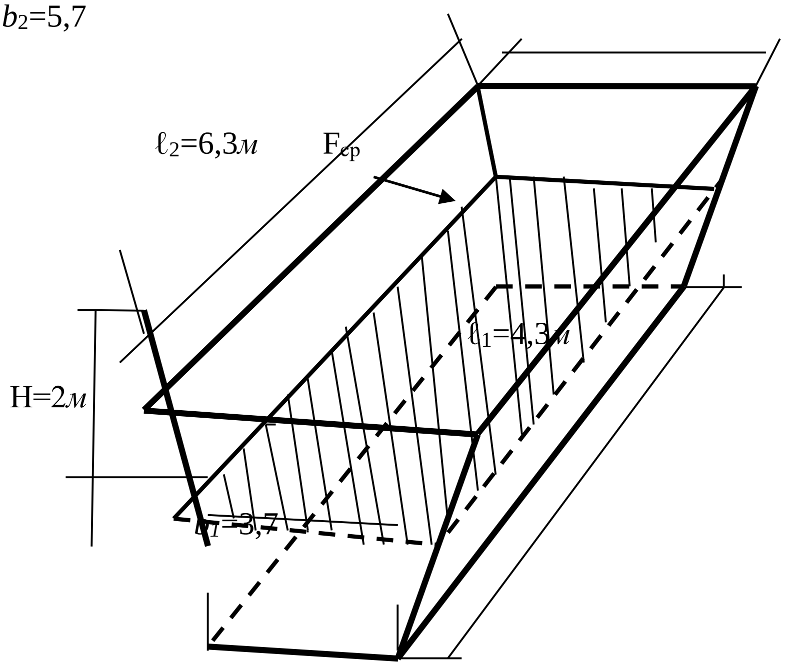
$V_{T2} = F_2 \times L = 11{,}64 \cdot 50 = 582$ м^3 ;

$V= (V_{T1} + V_{T2})/2=(361.5+582)/2=471.75$ м^3 ;



Задания для самостоятельного решения:

ЗАДАЧА 1. Определить объём котлована, имеющего вид (смотрите рисунок).
b_2=5,7



Решение:

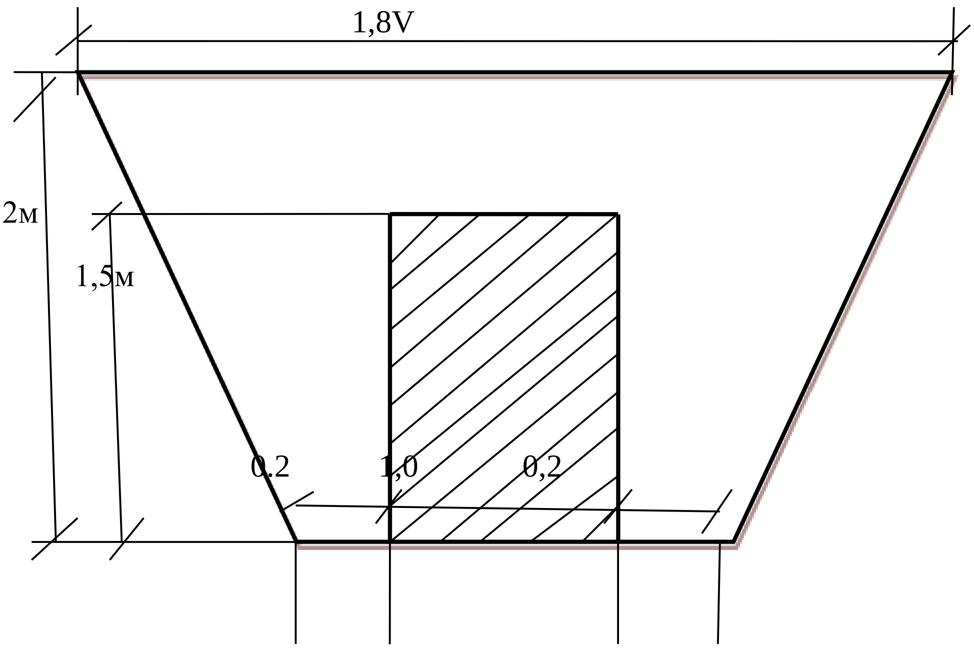
$V = F^{ср} \cdot H$; $F^{ср} = \left(\frac{b_1+b_2}{2}\right) \cdot \left(\frac{\ell_1+\ell_2}{2}\right)$;

1)$F_{ср} = \left(\frac{3,7+5,7}{2}\right) \cdot \left(\frac{4,3+6,3}{2}\right) = 4,7 \cdot 5,3 = 24,91\ м^2$;

2)$V = 24,91 \cdot 2 = 49,82 \approx 50 м^3$;

Ответ: $50м^3$.

Задача 2. Определить объём обратной засыпки котлована, если внутри установлен фундамент в форме правильной призмы. Данные смотреть на рисунке, изображенном в разрезе.



Решение: Котлован –это правильная усечённая пирамида.

1. $V_{котл.} = F^{ср} \cdot H$. $F^{ср} = \left(\frac{b_1 + b_2}{2}\right) \cdot \left(\frac{\ell_1 + \ell_2}{2}\right)$.
2. Фундамент – это правильная четырёхугольная призма

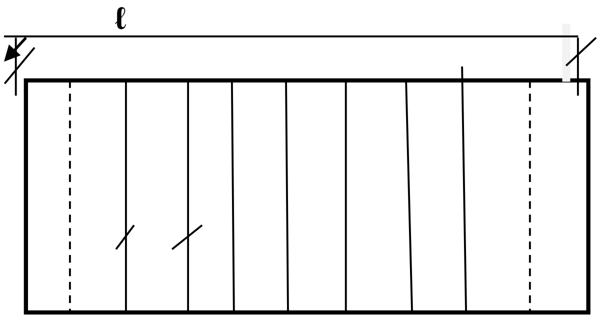
   $V_{пр.} = S_{осн.} \cdot h$. $V_{обр.засыпки} = V_{котлов.} - V_{фундамента.}$

3. $F^{ср.} = \left(\frac{1,4+1,4}{2}\right) \cdot \left(\frac{1,8+1,8}{2}\right) = 1,4 \cdot 1,7 = 2,52\ (м^2)$
4. $V_{котл.} = F^{ср.} \cdot H = 2,52 \cdot 2 = 5,04\ (м^3)$.
5. $V_{фунд.} = 1 \cdot 1 \cdot 1,5 = 1,5\ (м^3)$.
6. $V_{обр.засыпки} = 5,04 - 1,5 = 3,54\ (м^3)$.

ОТВЕТ: 3,54 $м^3$.

Задача 3.
Дано:

$200 \leq u \leq 350$
$\ell = 6700$
$n = ?$



РЕШЕНИЕ:

1) 6700 | 350 6700 = 350 ·19 + 50;
   350 | 19 50 ∈ [200 :350]
   3200
   3150
   50 (ост).
2) 670 = 350 ·18 + 400 ; 400∈ [200 ; 350]
3) 400 : 2 = 200 ; 200∈ [200; 350]
4) 6700 = 350 · 18 + 2·200

   ВЫВОД: для данной конструкции необходимо 18 промежутков по 350 *м* и 2 промежутка по 200*м*

Практическая работа№5.

«Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров».

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров.

При выполнении практической работы студент должен **знать:**

- определение цилиндра и его элементов;
- виды сечений: осевое сечение, сечение перпендикулярное оси цилиндра;
- формулы для расчетов площадей и объемов.

Студент должен **уметь:**

- производить расчет площадей основания, боковой поверхности полной поверхности и объемов цилиндров;
- применять полученные знания при решении задач с профессиональной направленностью.

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров».

2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу по решению задач на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров**.**
5. Сдать отчет по проделанной работе.

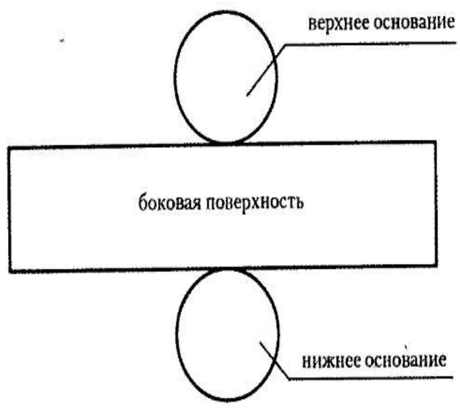
Перечень справочной литературы:

1.Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для средних проф. учеб. заведений / Н.В.Богомолов, Москва «Высшая школа»,2020г.-495с.

2.Богомолов Н.В. Математика: Учеб. для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И Самойленко. - М.: Дрофа, 2021.-400 с

Краткие теоретические сведения.

Цилиндр — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон как оси.



Развертка цилиндра приведена схематически

Площадь боковой поверхности цилиндра: $S_{бок.} = C \cdot H = 2\pi RH,$
где C — длина окружности, H — высота цилиндра, R — радиус окружности основания.
Площадь полной поверхности: $\boldsymbol{S_{полн.пов.цилиндра} = 2\pi R^2 + 2\pi RH}$

Объем цилиндра : $V = S_{осн.} \cdot H = \pi R^2 H,$

Образец решения задач.

№1. Объем первого цилиндра равен 12 куб.м. У второго цилиндра высота в 3 раза больше, а радиус основания в 2 раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра (в куб. метрах).

Решение: ***По формуле*** $\boldsymbol{V = \pi \cdot R^2 \cdot H}$ найдем объем первого цилиндра
V1 = 12.
Согласно условию примем, что высота второго цилиндра в три раза больше, чем высота первого $H_2 = 3H$, а радиус основания второго цилиндра в два раза меньше, чем радиус основания первого $R_2 = R/2$
Тогда:

$$V2 = \pi \cdot (\frac{R}{2})^2 \cdot (3H) = \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot R^2 \cdot 3H = \frac{3}{4}\pi \cdot R^2 \cdot H = \frac{3}{4}V = \frac{3}{4} \cdot 12 = 9$$

Ответ: 9

№2. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 384 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её налить во второй сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого?

Решение: Диаметр больше в 8 раз = то и радиус (который равен половине диаметра) тоже больше в 8 раз. Площадь основания увеличится в 64 раза (восемь в квадрате), потому что площадь основания – это пи эр **квадрат.**
Но вода та же самая, объем жидкости не изменился при переливании. Поэтому, раз площадь основании увеличилась в 64 раза, то высота должна уменьшится во столько же раз, чтобы получить такой же объем.
Новая высота 384 : 64 = 6
Ответ: 6

№3. В цилиндрический сосуд, в котором находилось 4 литра воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объём детали? Ответ выразите в литрах.

Решение:

Объём цилиндра линейно зависит от его высоты. Не квадратно, не кубично, а просто линейно. Высота увеличилась в 1,5 раз, значит и объём увеличился в полтора раза. Было 4 литра, стало 4 умножить на 1,5 = 6 литров. Добавилось 2 литра. Таков и есть объем погруженной детали.

Ответ: 8 литров

Контрольные вопросы.

1.Как получаются тела вращения?
2. Объясните, что такое ось цилиндра, образующая цилиндра, основания цилиндра, боковая поверхность цилиндра?
3. Что такое радиус цилиндра, высота цилиндра, ось цилиндра, осевое сечение цилиндра?
4. Что можете сказать о плоскости, параллельной плоскости основания цилиндра?
5. По какой формуле вычисляется площадь боковой поверхности цилиндра?
6. По какой формуле вычисляется объем цилиндра.
7. Назовите примеры применения цилиндров в строительстве.

Критерий оценки:

Оценка	Критерии
«Отлично» - 5	9 -10 баллов
«Хорошо» - 4	7 -8 баллов
«Удовлетворительно» - 3	5 -6 баллов
«Неудовлетворительно» - 2	0 -5 баллов

1. **Самостоятельно выполните: задания теста:**

1 вариант

1. Найти площадь основания цилиндра, радиус которого равен 5 см

А) $25\pi\ см^2$; B) $5\pi\ см^2$; С) $10\pi\ см^2$; D) $10 см^2$ Е) $40\pi\ см^2$

2.Радиус основания цилиндра равен 2 см, высота – 5 см, тогда площадь боковой поверхности равна:

A) $10\pi\ см^2$; B) $20\pi\ см^2$; C) $4\pi см^2$; D) $20\pi\ см^2$; E) $40\pi\ см^2$

3. В цилиндре осевым сечением является квадрат, а площадь основания равна $4\pi см^2$. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

A) $108\pi\ см^2$; B) $4\pi\ см^2$; C) $144\pi см^2$; D) $24\pi\ см^2$; E) $12\pi\ см^2$

4. Радиус основания цилиндра в два раза меньше образующей, равной 4а, тогда площадь боковой поверхности равна:

A) $8a^2\pi$; B) $24a^2\pi$; C) $4a^2\pi$; D) $12a^2\pi$; E) $16a^2\pi$

5. Площадь полной поверхности цилиндра, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 7 см вокруг его большей стороны, равна:

A) $88\pi\ см^2$; B) $77\pi\ см^2$; C) $90\pi см^2$; D) $56\pi\ см^2$; E) $154\pi\ см^2$

6. Если площадь боковой поверхности цилиндра равна $64\pi\ м^2$, а высота – 4 м, тогда радиус равен:

A) 12 м; B) 16 м; C) 8 м; D) 4 м; E) 32 м

7. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 10 и 16 см, то площадь основания цилиндра может быть равна:

A) $10\pi\ см^2$; B) $25\pi\ см^2$; C) $160\pi см^2$; D) $64\pi см^3$; E) $40\pi\ см^2$

8. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности цилиндра, если его высоту и радиус увеличить в три раза?

A) в 3 раза; B) в 6 раз; C) в 12 раз; D) в 2 раза; E) в 9 раз

9. Площадь осевого сечения цилиндра высотой 10 см и радиусом 2 см равна

A) $10\pi см^2$; B) $25\pi\ см^2$; C) $160 см^2$; D) $64\pi\ см^2$; E) $40\ см^2$

10. Радиус основания цилиндра равен 2 см, высота – 5 см, тогда объем цилиндра равен:

A) $10\pi см^3$; B) $20\pi\ см^3$; C) $4\pi см^2$; D) $20\pi\ см^2$; E) $40\pi\ см^3$

Вариант - 2

1. Найти площадь основания цилиндра, радиус которого равен 3 см

A) $25\pi\pi\ см^2$; *B*) $9\pi\ см^2$; C) $10\pi\ см^2$; D) $10\pi см^2$ E) $36\pi\ см^2$

2. Радиус основания цилиндра равен 8 см, высота – 3 см, тогда площадь боковой поверхности равна:

A) $66\pi\ см^2$ B)$48\pi\ см^2$ C) $64\pi см^2$ D) $24\pi\ см^2$ E) $110\pi см^2$

3. В цилиндре осевым сечением является квадрат, а площадь основания равна $25\pi см^2$. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

A) $10\pi\ см^2$ B) $25\pi\ см^2$ C) $150\pi см^2$ D) $20\pi\ см^2$ E) $75\ \pi см^2$

4. Радиус основания цилиндра в два раза больше образующей, равной 3m, тогда площадь боковой поверхности равна:

A) 12□^{2}□ B) 36□^{2}□ C) 108 □ ^{2}□ D) 9 □ ^{2}□ E) 6□^{2}□

5. Площадь полной поверхности цилиндра, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 7 см вокруг его меньшей стороны, равна:

A) 22π $см^2$ B) 88 $\pi см^2$ C) $154\pi см^2$ D) 144π $см^2$ E) 26πсм²

6. Если площадь боковой поверхности цилиндра равна 64π $м^2$, а высота – 8 м, тогда радиус равен:

A) 12 м B) 16 м C) 8 м D) 4 м E) 32 м

7. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 12 и 8 см, то площадь основания цилиндра может быть равна:

A) 16π $см^3$ B) 36π $см^2$ C) $144\pi см^2$ D) 64 $см^2$ E) 96 $см^2$

8. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности цилиндра, если его высоту и радиус увеличить в 2 раза?

A) в 2 раза; B) в 6 раз; C) в 4 раза; D) в 8 раз; E) в 9 раз

9. Площадь осевого сечения цилиндра высотой 12 см и радиусом 5 см равна

A) 120π см²; B) 25π см²; C) 120πсм²; D) 64π см²; E) 40 см²πания цилиндра равен 3 см, высота – 4 см, тогда объем цилиндра равен:

A) 36 $см^3$; B) 20π $см^3$; C) $4\pi см^3$; D) 20π $см^3$; E) 36π $см^3$

Практическая работа №6

Тема: «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов конусов и усеченных конусов».

Цель занятия сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов конусов.

При выполнении практической работы студент должен **знать:**

- определение конуса и усеченного конуса, элементы конуса: высота, образующая, радиус;
- сечения конуса;
- формулы для расчета площадей поверхности и объема конуса;
- применение конуса в строительстве.

Студент должен **уметь:** вычислять площадь боковой поверхности конуса и усеченного конуса, площадь полной поверхности, объем конуса и усеченного конуса.

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов конусов и усеченных конусов».
2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу**.**
5. Сдать отчет по проделанной работе

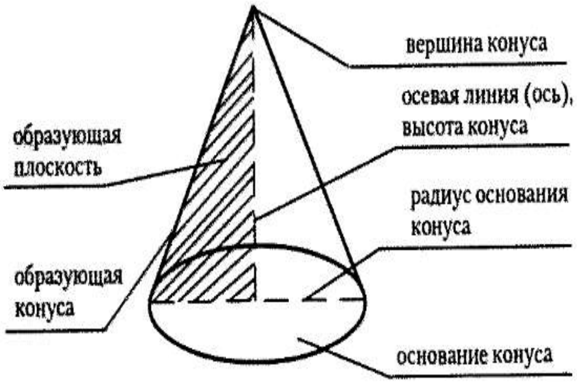
Перечень справочной литературы:

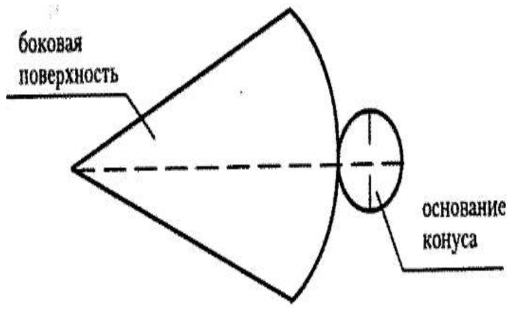
1.Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для средних проф. учеб. заведений / Н.В.Богомолов, Москва «Высшая школа»,2020г.-495с.

2.Богомолов Н.В. Математика: Учеб. для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И Самойленко. - М.: Дрофа, 2021.-400 с.

Краткие теоретические сведения:

Определение. ***Конус*** (прямой) — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением прямоугольного треугольника вокруг его катета как оси





Площадь полной поверхности: $S_{полн.пов.конуса} = \pi R^2 + \pi RL$

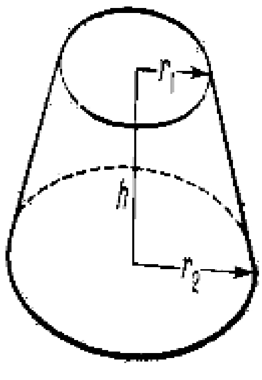
Площадь боковой поверхности:

$$S\ бок.\ пов. = \pi RL$$

Объем конуса:

$$V = \frac{1}{3} S_{осн.} \cdot H = \frac{1}{3} \pi R^2 H,$$

Усеченный конус



$$S_{бок} = \pi L(R + r)$$

$$S_{полн} = S_{бок} + \pi(R^2 + r^2)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$$

Образцы решения задач.

Задача1. Высота конуса равна 36, а диаметр основания равен 30. Найдите длину образующей конуса?

Решение

AB - радиус основания конуса

$AB = \frac{30}{2} = 15$

Образующая HB является гипотенузой прямоугольного треугольника ΔAHB
Известны высота AH = 36 и AB = 15, по теореме Пифагора найдем HB

$HB^2 = AH^2 + AB^2$

$HB^2 = 36^2 + 15^2$

HB = $\sqrt{1296 + 225}$
Ответ: 39.

Задача 2. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 60°. Найдите радиус основания, если длина образующей равна 15.

Решение
AB - радиус основания конуса, ∠ABH = 60° → ∠AHB = 90° - 60° = 30°

sin(∠AHB) = $\frac{AB}{HB}$ =12

HB = 15

AB= $\frac{HB}{2}$ =7.5

Ответ: 7.5

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, проходящей через ось конуса?
2. Что представляет собой сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину конуса?
3. Осевое сечение конуса представляет собой равносторонний треугольник со стороной *a*. Чему равна высота конуса?
4. Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, проходящей перпендикулярно оси конуса?
5. Чему равна площадь осевого сечения конуса, если осевым сечением конуса является прямоугольный треугольник, а радиус основания конуса *3 см*?
6. Что представляет собой сечение конуса плоскостью, параллельной двум образующим конуса?

2. Решите самостоятельно:

1 вариант

1.Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен 90°. Вычислите объем конуса, деленный на π.

2. Конус получается при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника ABC вокруг катета, равного 6. Найдите его объем, деленный на π.

3. Радиус основания конуса равен 3, высота равна 4. Найдите площадь полной поверхности конуса, деленную на π.

4. Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза?

5. Площадь полной поверхности конуса равна 164 π см^2, площадь его боковой поверхности равна 100 π см^2. Найдите радиус основания конуса.

6. Сколько стоит покраска конического шпиля башни, если длина окружности его основания равна 18,84*м* , а угол между образующими в осевом сечении составляют 60^0 Покраска 1*м*^{2} стоит 150 руб.

2 вариант.

1. Найдите объём конуса, если его образующая равна 12 см, а угол при вершине равен $120°$
.

2. Найдите площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника вокруг меньшего катета, если другой катет равен 6 см и противолежащий ему угол равен $60°$.

3. Площадь полной поверхности конуса равна 136π см^2, площадь его боковой поверхности равна $100\ \pi$ см^2. Найдите радиус основания конуса.

4. Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 3 раза?

5 . Найдите объем V конуса, образующая которого равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом $30°$. В ответе укажите $\frac{V}{\pi}$.

6. Объем конуса равен 24. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

Критерий оценки: «5» -6 заданий; «4» -5 заданий; «3» -4 задания.

Практическая работа №7

Тема: «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов шара».

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов шара.

При выполнении практической работы студент должен **знать:**

- определение шара, сферы;
- диаметр сферы, сечения сферы;
- шаровой слой, шаровой сегмент;
- касательная плоскость;
- формулы расчета площади поверхности сферы и объема шара

Студент должен **уметь:** решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов шара

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Шар.Сфера».
2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить тест.
5. Подготовить отчет по работе.

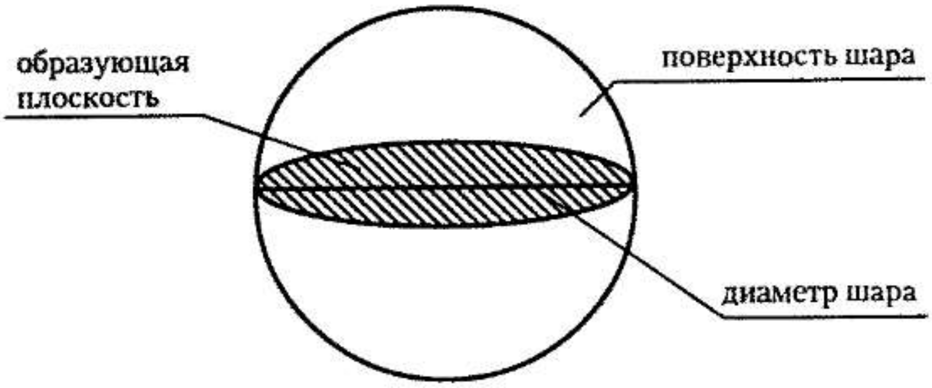
Перечень справочной литературы:

1.Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для средних проф. учеб. заведений / Н.В.Богомолов, Москва «Высшая школа»,2020г.-495с.

2.Богомолов Н.В. Математика: Учеб. для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И Самойленко.- М. : Дрофа, 2021.-400 с.

Краткие теоретические сведения

Определение. ***Шар*** — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением полукруга вокруг его диаметра как оси.



Площадь поверхности шара равна учетверенной площади большого круга шара.

$$S = 4\pi R^2,$$

где R — радиус шара.

Объем шара равен четырем третям произведения числа Пи на куб радиуса.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

Задача1.Площадь сечения сферы, проходящего через её центр, равна 9м^2. Найдите площадь сферы.

Решение: Сечение, проходящее через центр сферы есть окружность.

$S_{сеч} = \pi r^2$, отсюда $9 = \pi R^2$, отсюда $R = \sqrt{9/\pi}$.

$S_{сферы} = 4\pi r^2$, значит $S_{сферы} = 4\pi \cdot 9/\pi == 36$м^2

Контрольные вопросы.

1. Что такое шар, шаровая поверхность или сфера?
2. Что такое радиус шара, диаметр шара? Какие точки шара называются диаметрально противоположными?
3. Чем является линия пересечения шара с плоскостью?
4. Какая плоскость называется диаметральной плоскостью шара? Что такое большой круг?
5. По какой формуле вычисляется площадь сферы?
6. Какая плоскость называется касательной к шару?
7. Чем является линия пересечения двух сфер?

Задания для самостоятельного решения.

Выполните тест по теме «Сфера и шар»

1. **Выберите неверное утверждение.**
   • сечение шара плоскостью есть окружность;
   • сфера может быть получена в результате вращения полуокружности вокруг её диаметра;
   • тело, ограниченное сферой, называется шаром;
   • площадь сферы можно вычислить по формуле $S = 4\pi r^2$;
2. **Какое сечение шара плоскостью имеет наибольшую площадь?**
   • сечение большого круга;
   • сечение, перпендикулярное диаметру шара;
   • сечение, параллельное диаметру шара;
   • сечение, проходящее через точку, которая делит диаметр 3:2.
3. **Какая фигура является пересечением двух больших кругов шара?**
   • отрезок, который является диаметром данного шара;
   • окружность;

• угол;

• отрезок, который является радиусом данного шара.

4. **7. Сколько общих точек может иметь сфера и плоскость:**

• бесконечно много точек, принадлежащих окружности;

• одну;

• ни одной;

• 2 точки, принадлежащие окружности

5. **Шар, радиус которого 5 см, пересечен плоскостью на расстоянии 4 см от центра. Найти площадь сечения**

• 9π см^2;

• π см^2;

• 3π см^2;

• 81π см^2;

6. Через середину радиуса шара проведена плоскость перпендикулярная к радиусу. Какая часть площади большого круга составляет площадь круга, полученного в сечении?

• ¾ большого круга;

• ½ большого круга;

• 1/4 большого круга;

• 1/8 большого круга;

7.**Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если объём шара равен 288π, а площадь сечения равна 27π.**

• 3

• $2\sqrt{3}$;

• 6;

• $3\sqrt{2}$.

8. Объем параллелепипеда, описанного около сферы равен 216. Найти радиус сферы.

• 3;

• 6;

• 9;

• 1.

9.**Ребро куба равно 1. Найдите площадь большого круга, описанного около куба шара**

• 3π;

• $4\pi/3$;

• $\pi\sqrt{3}$;

• $4\pi\sqrt{3}$

10. Сколько общих точек может иметь сфера и плоскость:

• бесконечно много точек, принадлежащих окружности;

• одну;

• ни одной;

• 2 точки, принадлежащие окружности

Критерий оценки:

Оценка	Критерии
«Отлично» - 5	9 -10 баллов
«Хорошо» - 4	7 -8 баллов
«Удовлетворительно» - 3	5 -6 баллов
«Неудовлетворительно» - 2	0 -5 баллов

Практическая работа №8

«Решение задач на элементы комбинаторики»

Цель: формирование умений решать задачи на размещения, сочетания и перестановки.

Студент должен знать:

- Понятия: факториал, размещения, сочетания, перестановки;
- формулы размещения, сочетания, перестановок;
- основные правила комбинаторики

Студент должен **уметь:** решать задачи на размещения, сочетания и перестановки.

Практические занятия по математике направлены на формирование общих, соответствующих видам деятельности:

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме.
2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу**.**
5. Подготовить отчет по работе.

Перечень справочной литературы:

Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. учебник для общеобразовательных учреждений: базовый уровень – М., 2020.

http://www.mathprofi.ru/zadachi_po_kombinatorike_primery_reshenij.html

Краткие теоретические сведения:

С помощью восклицательного знака обозначается произведение всех натуральных чисел от до включительно:

$$n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-1)n$$

произведение называется « факториал», и считается, что $1!=1$

$0!=1$

$2!= 1\cdot 2 =2$

$3!= 1\cdot 2\cdot 3=6$

$4!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4=24$

$5!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5=120$

$5!=2!3\cdot 4\cdot 5=3!4\cdot 5=4!5$

$\mathbf{n!=(n-1)!n}$

Размещения: Комбинации из **n** элементов по **m** элементов, которые отличаются друг от друга или самими элементами или порядком элементов, называются ***размещениями*.**

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Сочетания: Комбинации из **n** элементов по **m** элементов, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом, называются **сочетаниями.**

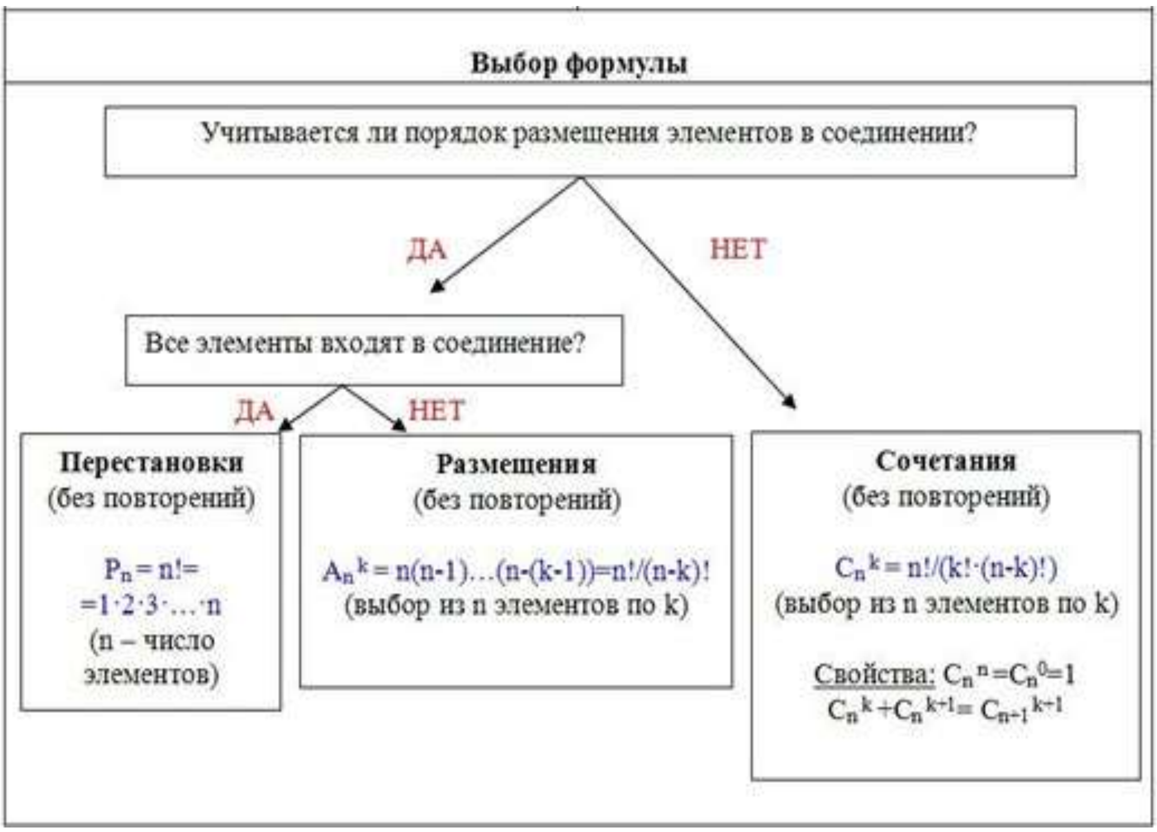
$$C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$$

Перестановки: Комбинации из **n** элементов, которые отличаются друг от друга только порядком элементов, называются ***перестановками*.**

$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n!$

Большинство комбинаторных задач решается с помощью двух **основных правил** - правила суммы и правила произведения.

Правило суммы. Если некоторый объект **A** можно выбрать **n** способами, а другой объект **B** можно выбрать **m** способами, то выбор "**либо A, либо B**" можно осуществить **m+n** способами.



Правило произведения. Если объект **A** можно выбрать **n** способами, а после каждого такого выбора другой объект **B** можно выбрать (независимо от выбора объекта A **m** способами, то пары объектов **A и B** можно выбрать **n · m** способами.

Вопросы для самоконтроля

1. Основные правила комбинаторики и их иллюстрация на графе.
2. Порядок решения комбинаторных задач.
3. Приведите примеры размещений и перестановок без повторений.
4. Свойства сочетаний без повторений.

5. Как получить треугольник Паскаля, и где он применяется?

Выполните самостоятельно тестовые задания:

Вариант 1

1.Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?
1)30 2)100 3)120 4) 5

2. В 9«Б» классе 32 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?
1)128 2) 35960 3) 36 4) 46788

3. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?
1)10 2) 60 3) 20 4) 30

4. Вычислить: 6! -5!
1)600 2)300 3)1 4) 1000

5. В ящике находится 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 не белых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым?

1) $\frac{17}{45}$ 2) $\frac{17}{43}$ 3) $\frac{43}{45}$ 4) $\frac{17}{45}$

6. Бросают три монеты. Какова вероятность того, что выпадут два орла и одна решка?
1) $\frac{3}{2}$ 2) 0,5 3) 0,125 4) $\frac{1}{3}$

7. В денежно-вещевой лотерее на 1000000 билетов разыгрывается 1200 вещевых и 800 денежных выигрышей. Какова вероятность выигрыша?
1) 0,02 2) 0,00012 3) 0,0008 4) 0,002

8 . Из 30 учеников спорткласса, 11 занимается футболом, 6 – волейболом, 8 – бегом, а остальные прыжками в длину. Какова вероятность того, что один произвольно выбранный ученик класса занимается игровым видом спорта?

1) $\frac{17}{30}$ 2) 0,5 3) $\frac{28}{30}$ 4) $\frac{14}{30}$

9. Завод выпускает 15% продукции высшего сорта, 25% - первого сорта, 40% - второго сорта, а все остальное – брак. Найти вероятность того, что выбранное изделие не будет бракованным.
1) 0,8 2)0,1 3) 0,015 4) 0,35

10.В коробке лежат 4 голубых, 3 красных, 9 зеленых, 6 желтых шариков. Какова вероятность того, что выбранный шарик будет не зеленым?

1) $\frac{13}{22}$ 2)0,5 3) $\frac{10}{22}$ 4) $\frac{15}{22}$

Вариант 2.

1.Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?
1)100 2)30 3) 5 4) 120

2. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?

1) 3 2)6 3)2 4)1

3. Сколькими способами из 9 учебных предметов можно составить расписание учебного дня из 6 различных уроков.

1) 10000 2)60480 3)56 4) 39450

4. Вычислите: $\frac{8!}{6!}$

1) 2 2)56 3)30 4) $\frac{4}{3}$

5. В игральной колоде 36 карт. Наугад выбирается одна карта. Какова вероятность, что эта карта – туз?

1) $\frac{1}{36}$ 2) $\frac{1}{35}$ 3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{36}{4}$

6. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность того, что выпадут две четные цифры?

1) 0,25 2) $\frac{2}{6}$ 3) 0,5 4) 0,125

7. В корзине лежат грибы, среди которых 10% белых и 40% рыжих. Какова вероятность того, что выбранный гриб белый или рыжий?

1) 0,5 2)0,4 3)0,04 4) 0,8

8. Николай и Леонид выполняют контрольную работу. Вероятность ошибки при вычислениях у Николая составляет 70%, а у Леонида – 30%. Найдите вероятность того, что Леонид допустит ошибку, а Николай нет.

1) 0,21 2)0,49 3)0,5 4) 0,09

9. В лотерее 1000 билетов, среди которых 20 выигрышных. Приобретается один билет. Какова вероятность того, что этот билет невыигрышный?

1) $\frac{1}{50}$ 2) 0,2 3) $\frac{49}{50}$ 4) 0,5

10. В лотерее 1000 билетов, среди которых 20 выигрышных. Приобретается один билет. Какова вероятность того, что этот билет невыигрышный?

1) $\frac{1}{50}$ 2) 0,2 3) $\frac{49}{50}$ 4) 0,5

Критерий оценки:

Оценка	Критерии
«Отлично» - 5	9 -10 баллов
«Хорошо» - 4	7 -8 баллов
«Удовлетворительно» - 3	5 -6 баллов
«Неудовлетворительно» - 2	0 -5 баллов

Практическая работа №9

Тема: «Вычисление вероятностей случайных событий»

Цель работы: формировать умения вычислять вероятности события; вероятности случайных событий по классическому определению; применять теоремы сложения и умножения вероятностей для решения задач.

- Студент должен ***знать:***
  - определения и формулы комбинаторики: числа перестановок, размещений и сочетаний;
  - классическое определение вероятности;
  - определения суммы событий, произведения событий;
  - формулировки и формулы теорем сложения и умножения вероятностей.
- *Студент должен* ***уметь:***
  - вычислять перестановки, размещения и сочетания;
  - вычислять вероятность события, используя классическое определение и формулы комбинаторики;
  - решать задачи на применение теорем сложения и умножения вероятностей.

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретические сведения.

2. Рассмотреть образцы решения примеров.

3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельно задания.

5. Подготовить отчет.

Рекомендуемые информационные источники:

Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. учебник для общеобразовательных учреждений: базовый уровень – М., 2019.

http://egemaximum.ru

http://supmath.ru/teoriya-veroyatnosti

http://ege-online-test.ru/theory.php?art=B6-1

Краткие теоретические сведения:

Размещения: Комбинации из **n** элементов по **m** элементов, которые отличаются друг от друга или самими элементами или порядком элементов, называются ***размещениями.***

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Сочетания: Комбинации из **n** элементов по **m** элементов, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом, называются **сочетаниями**

$$C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$$

Перестановки: Комбинации из **n** элементов, которые отличаются друг от друга только порядком элементов, называются ***перестановками.***

$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n!$

Большинство комбинаторных задач решается с помощью двух **основных правил** - правила суммы и правила произведения.

Правило суммы. Если некоторый объект **A** можно выбрать **n** способами, а другой объект **B** можно выбрать **m** способами, то выбор "**либо A, либо B**" можно осуществить **m+n** способами.

Правило произведения. Если объект **A** можно выбрать **n** способами, а после каждого такого выбора другой объект **B** можно выбрать (независимо от выбора объекта A **m** способами, то пары объектов **A и B** можно п · m способами.
Вероятностью события A называется отношение числа исходов m, благоприятствующих наступлению данного события A_1 к числу n всех исходов (несовместных, единственно возможных и равновозможных), т.е. $P(A) = \frac{m}{n}$
Вероятность любого события не может быть меньше нуля и больше единицы, т.е. $0 \le P(A) \le 1$
Невозможному событию соответствует вероятность P(A)=0, а достоверному – вероятность P(A)=1

Образцы решения задач

Задача 1.
В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?
Решение: Событие A-билет выигрышный. Общее число различных исходов есть n=1000 Число исходов, благоприятствующих получению выигрыша, составляет m=200. Согласно формуле P(A)=$\frac{m}{n}$, получим P(A)= $\frac{200}{1000} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

Задача 2.
Из урны, в которой находятся 5 белых и 3 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
Решение: Событие A-появление черного шара. Общее число случаев n=5+3=8 Число случаев m, благоприятствующих появлению события A, равно 3
P(A)= $\frac{m}{n} = \frac{3}{8} = 0{,}375$

Задача 3.
Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 черных шаров, вынимают наудачу два шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?
Решение: Событие A- появление двух черных шаров. Общее число возможных случаев n равно числу сочетаний из 20 элементов (12+8) по 2
n= $C_{20}^{2} = \frac{20 \cdot 19}{1 \cdot 2} = 190$
Число случаев m, благоприятствующих событию A, составляет
n= $C_{2}^{8} = \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 28$ P(A)= $\frac{m}{n} = \frac{28}{190} = \frac{14}{95} = 0{,}147$

Пусть, например, событие A состоит в том, что изделие удовлетворяет стандарту; тогда противоположное событие $\bar{A}$ заключается в том, что изделие стандарту не удовлетворяет. Пусть событие A— выпадение четного числа очков при однократном бросании игральной кости; тогда A— выпадение нечетного числа очков.

Задача №4 .Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Решение:

Вероятность того, что ручка пишет хорошо равна 1 − 0,19 = 0,81.

Задача №5. В урне 2 зеленых, 7 красных, 5 коричневых и 10 белых шаров. Какова вероятность появления цветного шара?

Решение: Находим соответственно вероятности появления зеленого, красного и коричневого шаров:
Р(зел.)=2/24; Р(кр.)=7/24; Р(кор.)=5/24. Так как рассматриваемые события, очевидно, несовместны, то, применяя аксиому сложения, найдем вероятность появления цветного шара:

$$P(цв.) = P(зел.) + P(кр.) + P(кор.) = \frac{2}{24} + \frac{7}{24} + \frac{5}{24} = \frac{7}{12}$$

Задача №6. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стекол, вторая – 30%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стекол, а вторая – 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение: Ситуация 1: Стекло оказывается с первой фабрики (вероятность события 0,7) и (умножение) оно бракованное (вероятность события 0,01).

То есть должны произойти оба события. На языке теории вероятностей это означает **произведение вероятностей** каждого из событий: 0,7·0,01 = 0, 007

Ситуация 2: 0,3·0,03 =0,009

Поскольку при покупке стекла мы оказываемся в ситуации 1 или (сумма)в ситуации 2, то по формуле суммы вероятностей несовместных событий получаем: 0,007 +0,009 =0.016
Ответ: 0,016.

Контрольные вопросы

1.Что называют испытанием? Событием?

2.Какое событие называется случайным?

3.Дайте определение вероятности.

4.Сформулируйте теорему сложения вероятностей.

5.Сформулируйте теорему умножения вероятностей.

Задания для самостоятельного решения

1 вариант

1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.
2. Даша дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что при одном из бросков выпало 2 очка.
3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что три раза выпадет решка.
4. В среднем из 50 аккумуляторов, поступивших в продажу, 5 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.
5. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26

бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 5 спортсменов из Чехии, 13 спортсменов из Австрии и 6 — из Швейцарии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швейцарии.

7. Конкурс исполнителей длится 4 дня. Всего заявлено 40 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 25 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса.

8. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

9. Ученик назвал произвольное двузначное число. Какова вероятность того, что сумма его цифр равна 8?

Критерии оценок:_**«5»** - 9 заданий **«4»** - 7 заданий **«3»** - 5 заданий

2 вариант

1. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.
2. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.
3. Катя дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что при одном из бросков выпало 5 очков.
4. В среднем из 150 аккумуляторов, поступивших в продажу, 9 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.
5. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 шахматистов, среди которых 4 участника из России, в том числе Александр Ефимов. Найдите вероятность того, что в первом туре Александр Ефимов будет играть с каким-либо шахматистом из России
6. На соревнования по метанию ядра приехали 2 спортсмена из Швейцарии, 6 из Великобритании и 2 из Чехии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает девятым, будет из Чехии.
7. Конкурс исполнителей длится 4 дня. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса.
8. На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России
9. Ученик назвал произвольное двузначное число. Какова вероятность того, что сумма его цифр меньше 4?

Критерий оценок:_«**5**» - 9 заданий; «**4**» - 7 заданий;_«**3**» - 5 заданий

Практическая работа №10

Тема: «Решение задач на вычисление математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения».

Цель занятия: сформировать умения находить математическое ожидание, дисперсию и средние математическое отклонение.
При выполнении практической работы студент должен **знать:**

- понятие математическое ожидание
- среднеквадратическое отклонение, дисперсия;
- область применение математического ожидания;
- область применения дисперсии.

Студент должен **уметь:**
Находить числовые характеристики дискретных случайных величин.

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Нахождение числовых характеристик дискретных случайных величин»**.**
2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу по нахождение числовых характеристик дискретных случайных величин.

Перечень справочной литературы:

Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. учебник дл общеобразовательных учреждений: базовый уровень – М., 2019.

http://exponenta.ucoz.ru/II_kyrs/ok_chislovye_kharakteristiki_sl_v.pdf

Краткие теоретические сведения

К важнейшим числовым характеристикам случайной величины относятся математическое ожидание и дисперсия.

Математическим ожиданием дискретной случайной величины x называется произведение всех её возможных значений на их вероятности:

$$M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Свойства математического ожидания:

- математическое ожидание постоянной равно самой постоянной:

M(C)=C

- постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:

M(Cx)=C*M(x)

- математическое ожидание суммы случайных величины равно сумме математических ожиданий слагаемых:

$$M(\sum_{i=1}^{n} x_i) = \sum_{i=1}^{n} M(x_i)$$

- математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий сомножителей:

$M(x_1*x_2*\ldots*x_n)=M(x_1)*M(x_2)*\ldots M(x_n)$

Дисперсией случайной величины х называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания:

$D(x)=M((x-M(x))^2)$ или $D(x)=M(x^2) - (M(x))^2$

Среднеквадратическое отклонение: $\sigma = \sqrt{D(x)}$

Свойства дисперсии:

- дисперсия постоянной равно нулю:

$D(C)=0$

- постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возведя его в квадрат:

$D(Cx)=C^2*D(x)$

- дисперсия суммы (разности) случайных величины равно сумме дисперсий слагаемых:

$$D(\sum_{i=1}^{n} x_i) = \sum_{i=1}^{n} D(x_i)$$

Свойства среднеквадратического отклонения:

- $\sigma(C) = 0$

- $\sigma(Cx) = |C| * \sigma(x)$

Пример 1. Закон распределения случайной величины задан таблично. Найти $p(x<2)$, $p(x>4)$, $p(2\le x\le 4)$, математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Решение. $p(x<2)=0,1$;

$p(x>4)=0,1$;

$p(2\le x\le 4)=0,2+0,4+0,2=0,8$;

$M(x)=1*0,1+2*0,2+3*0,4+4*0,2+5*0,1=3$;

$D(x)=1^2*0,1+2^2*0,2+3^2*0,4+4^2*0,2+5^2*0,1-3^2=1,2$

$\sigma(x)=\sqrt{1,2}=1,095$

Пример 2. Фермер считает, что, принимая во внимание различные потери и колебания цен, он сможет выручить не более 60 центов за десяток яиц и потерять не более 20-ти центов за десяток и что вероятности возможных выигрышей и потерь таковы:

цена за 10 яиц	0,6	0,4	0,2	0	-0,2
P	0,2	0,5	0,2	0,06	0,04

Как оценить ожидаемую прибыль от продажи десятка яиц; от ожидаемых им в этом году 100000 яиц?

Решение. x – случайная, прибыль от продажи 10 яиц.

M(x)=0,6*0,2+0,4*0,5+0,2*0,2+0*0,06-0,2*0,04=0,352

M(10000x)=10000*0,352=3520 $

$D(x)=0.6^2*0.2+0.4^2*0.5+0.2^2*0.2+0^2*0.06+(-0.2)^2*0.04-0.352^2=0.037696$

$\sigma(x)=\sqrt{0,037696}=0.194154578$

$D(10000x)=10000^2*D(x)=19415457.76$

$\boldsymbol{\sigma(x)}=\sqrt{0,194154578}=0.441$

Ответ: 0,441

Контрольные вопросы:

1. Сформулировать определение дисперсии?
2. Перечислите свойства дисперсии?
3. Сформулируйте определение среднеквадратического отклонения?
4. Область применение математического ожидания?
5. Область применения дисперсии?

Задания для самостоятельной работы студентов

1. Пусть задан закон распределения случайной величины X:

X	1	2
P	0,2	0,8

Найти математическое ожидание.

2. Найти дисперсию случайной величины X со следующим законом распределения**:**

X	2	3	5
P	0,1	0,6	0,3

3. Пусть случайная величина задается распределением:

X	2м	3м	10м
P	0,1	0,4	0,5

Найти её числовые характеристики.

4. Вычислить математическое ожидание дискретной случайной величины X, заданной рядом:

x_i	– 1	– 0,5	0	1	2
p_i	0,4	0,2	0,1	0,1	0,2

.

Критерий оценки: «5» - 4 задания; «4» -3 задания; «3» -2 задания

Список литературы:

1.Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для средних проф. учеб. заведений / Н.В.Богомолов, Москва «Высшая школа»,2020г.-495с.

2.Богомолов Н.В. Математика: Учеб. для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И Самойленко. - М.: Дрофа, 2021. -400 с.

3. Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. учебник для общеобразовательных учреждений: базовый уровень   – М., 2020.

4. Дадаян А.А. Математика: учеб. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2020

5.Башмаков. М.И. Математика учебник для НПО и СПО. – М.: Академия, 2019

6. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник. – М., 2017.

7. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия (базовый и профильный уровни). 10-11. – М., 2018.